دليل المعلم

إثبات صحة المتطابقات المثلثية

45 دقيقة — عمل فردي في التهيئة، ثم أزواج في التطبيق، ثم مجموعات من 4 طلاب في التحدي

نواتج التعلم

- يذكر الطالب المتطابقات المثلثية الأساسية الثلاث بدقة
- يميّز الطالب بين التحقق العددي والإثبات الجبري لمتطابقة مثلثية
- يطبّق الطالب استراتيجيات تحويل طرف إلى آخر لإثبات صحة متطابقة معطاة
- يبسّط الطالب تعبيرات مثلثية باستخدام المتطابقات الأساسية والعمليات الجبرية
- يقيّم الطالب صحة خطوات إثبات متطابقة ويكتشف الأخطاء الشائعة فيها

قبل الحصة

- تجهيز لوح جانبي مكتوب عليه المتطابقات الأساسية الثلاث مسبقًا
- تحضير أوراق مربعات وفرجار ومنقلة لكل مجموعة للنشاط العملي
- تصوير أو كتابة أمثلة الإثبات على بطاقات منفصلة لتوزيعها عند الحاجة

سير الحصة

المرحلة	الزمن	ما يحدث
التهيئة وطرح السؤال المثير	5 د	عرض السؤال حول تكافؤ $\sin\theta/\cos\theta$ و$\tan\theta$ وتحفيز نقاش قصير
عرض المتطابقات الأساسية	8 د	شرح متطابقات المقلوب والقسمة وفيثاغورس مع كتابتها على اللوح الجانبي
نمذجة أمثلة الإثبات	15 د	حل الأمثلة الثلاثة خطوة بخطوة على السبورة مع توضيح الاستراتيجية في كل مثال
النشاط العملي	7 د	تنفيذ نشاط دائرة الوحدة للتحقق البصري من متطابقة فيثاغورس في مجموعات
التطبيق التعاوني وورقة العمل	7 د	حل الطلاب لمسألة الإثبات الجماعية ومراجعة بعض بنود ورقة العمل
الختام والتقييم السريع	3 د	تلخيص الاستراتيجيات الأربع وطرح سؤال شفهي سريع للتأكد من الفهم

النشاط: التحقق البصري من متطابقة فيثاغورس على دائرة الوحدة

الأدوات: ورق مربعات أو ورق عادي · فرجار · منقلة · مسطرة · آلة حاسبة علمية

1. ارسم دائرة نصف قطرها 10 سنتيمتر ممثلة لدائرة الوحدة بمقياس رسم مناسب
2. ارسم نصف قطر يصنع زاوية θ تساوي 30 درجة مع المحور السيني باستخدام المنقلة
3. حدد نقطة تقاطع نصف القطر مع الدائرة واقرأ إحداثيها $(x، y)$ بالمسطرة
4. احسب $x \div 10$ وسمّه $\cos\theta$، واحسب $y \div 10$ وسمّه $\sin\theta$
5. احسب مربع كل منهما باستخدام الآلة الحاسبة واجمعهما
6. كرر الخطوات لزاوية 60 درجة وزاوية 120 درجة وسجل النتائج في جدول
7. ناقش: لماذا يقترب الناتج دائمًا من الواحد الصحيح رغم اختلاف الزاوية؟

السلامة: احرص على استخدام الفرجار بحذر لتجنب الجروح · ضع المنقلة والمسطرة بعيدًا عن حافة الطاولة أثناء الرسم

النتيجة المتوقعة: يلاحظ الطلاب أن مجموع مربعي الإحداثيتين (بعد القسمة على نصف القطر) يساوي تقريبًا واحدًا صحيحًا في جميع الزوايا، مما يدعم بصريًا متطابقة $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ قبل الانتقال إلى إثباتها جبريًا بشكل عام لكل زاوية

دعم المتعثرين: للطلاب المتعثرين، يوفَّر لهم جدول مرجعي يحتوي كل متطابقة مكتوبة بصيغتين (الأصلية والمعكوسة)، ويبدأ المعلم معهم بأمثلة تحتوي خطوة واحدة فقط قبل الانتقال للأمثلة الأطول

إثراء المتميزين: للطلاب المتميزين، تُطرح متطابقات أصعب تتطلب خطوتين من التبسيط مثل إثبات أن $(\sec\theta - \tan\theta)(\sec\theta + \tan\theta) = 1$ أو ربط الإثبات بحساب قيم زوايا غير قياسية

التقويم: يُقاس تحقق النواتج من خلال دقة إجابات الطلاب في التطبيق التعاوني وورقة العمل، وملاحظة المعلم لقدرتهم على اختيار الاستراتيجية المناسبة أثناء حل المسألة الجماعية